



TITLE:

1次元 $\phi^4$ -SolitionのDynamics(II.物性,ソリトン系のダイナミクスとそれに関するカオスの問題,基研長期研究会報告)

AUTHOR(S):

小形, 正男

---

CITATION:

小形, 正男. 1次元 $\phi^4$ -SolitionのDynamics(II.物性,ソリトン系のダイナミクスとそれに関するカオスの問題,基研長期研究会報告). 物性研究 1984, 42(3): 431-434

ISSUE DATE:

1984-06-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/91380>

RIGHT:

を得る。 $\overline{\mathcal{M}}$  interaction は Envelope ソリトンの 2 体相互作用を表わしている。B. におけると同様の手順で  $\delta$  を計算すると  $\delta_{\text{exact}}$  にみられる saturation 効果 (高温になると  $\delta$  の増加率がにぶる) が一層顕著に再現されることがわかった。

#### D. 変位-変位 相関関数

以上の envelope ソリトンの描像に基づいて格子系の変位-変位相関関数

$$S^{\text{DD}}(\kappa; \Omega) \equiv \sum_{n-n'} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{-i\kappa[x_n - x_{n'}] + i\Omega(t-t')} \langle u_n(t) u_{n'}(t') \rangle \quad (13)$$

を求めることが出来る。

$$\Omega_p = \omega(\kappa) + \Delta \quad (\Delta > 0)$$

における peak [shifted damped phonon] と small  $\kappa, \Omega$  の領域でのみ寄与をもつ熱膨張波の伝播から生じる central part の 2 つの部分から  $S^{\text{DD}}(\kappa; \Omega)$  がなりたつ事がわかった。( § C, D の内容は Journal に発表予定。)

#### 参 考 文 献

- 1) T. Munakata and A. Igarashi; J. Phys. Soc. Japan (1984) 2月号

## 1 次元 $\phi^4$ -Soliton の Dynamics

東大・理 小 形 正 男

Krumhansl-Srieffer の論文によって、非線形 1 次元系における Soliton の統計力学上の役割が非常に重要であることが認識されて既に久しい。彼らは  $\phi^4$  系の静的及び動的性質に対する soliton (domain wall) の寄与を調べた。<sup>1)</sup>

一方、分子動力学の computer simulation により、この soliton の役割は確認された。それと同時に、soliton が Brown 運動をしていることが判った。<sup>2, 3)</sup> この Brown 運動は soliton と熱励起された phonon との間の衝突によるとして、Wada-Schrieffer によって調べられた。<sup>4)</sup> 我々は、さらに進んで、完全可積分ではない  $\phi^4$  系における soliton と phonon の間の運動量交換

小形正男

を調べ、その結果生ずるであろう soliton に対する粘性の効果について報告した。参考として、ポリアセチレンの実験結果との比較を行なった。

低温の極限で考えることとして、soliton 間の相互作用は無視し、静止した soliton に phonon の波束が衝突する場合を考える。熱励起された phonon の振幅は十分小さいと考えて（古典的に扱うこととする）、それを摂動の展開 parameter として計算する。Wada-Schrieffer はこの方法で摂動の 2 次までの結果を求めた。

摂動の 1 次では、phonon は soliton によって反射されず、soliton も変化はない。但し透過波の波束の中心は soliton がいない時に比べ、前方にずれる。

2 次の効果で soliton は入射 phonon の進行方向の逆向きに有限の変位をすることが示された。この時 soliton の速度は変化しない。phonon がランダムに熱励起されて soliton に左右から衝突するため、この 2 次の効果は soliton の random walk を引き起こすと考えられる。Wada-Schrieffer は拡散係数を

$$D = \lim_{t \rightarrow \infty} \langle \delta(t)^2 \rangle / 2t$$

の関係を用いて評価した。ここで  $\delta(t)$  は soliton の中心座標の変位を表わす。2 次の変位を用いれば、与式は phonon 振幅の 4 乗に比例するので、結局、低温で温度  $T$  の 2 乗に比例した拡散係数が得られた。<sup>4)</sup>

高温になるにつれて、高次の過程が重要になってくると思われる。Ishiuchi-Wada は、 $\phi^4$  系の simulation によって、soliton が衝突後、動き出すという結果を得た。この速度は phonon の振幅の 4 乗に比例することが判り、4 次のエネルギー・運動量保存則から評価される速度とよく一致した。<sup>5)</sup>

我々はまず、摂動の 4 次の項を計算して、この速度変化を求めた。初期状態は、1 つの soliton とそれに衝突する波束 phonon とし、 $\phi^4$  系の運動方程式を、初期値問題として解いた。4 次の項の中で、特に soliton の速度を与えるものだけを取り上げて合計した結果は、保存則から得られた速度と一致した。この結果をまとめると以下の様になる。

(i) soliton の中心座標の時間依存性は、phonon の振動数に関する積分で表わされ、4 個の波の振動数の和が零となるところに 2 次の極を持つ。この極の留数は時間に比例する寄与を与え、それが 4 次の soliton の速度を与える。

(ii) soliton が速度変化する原因は、主に、2 次の order で生ずる 2 倍の振動数の phonon が運動量を持ち去ってしまうからである。これらの phonon は、衝突の結果生ずる、非可積分性の産物であり、入射波束より速く飛び去る。

(iii) 2次 phonon のうち特に、入射波束と同じ方向に伝播するものの振幅が大きいので、結果として soliton は入射 phonon の進行方向と反対の方向に動き出す。

(iv) 入射 phonon の波数が (soliton の巾) $^{-1}$  より大きい時には、速度変化の大きさは、ほぼ一定となる。

このように、soliton-phonon 衝突に際し、運動量交換が起こるので、熱励起された phonon との衝突を繰り返すことによって、soliton は自由運動をせずに、粘性抵抗を受けるだろうと考えられる。粘性の計算結果はまだ出ていないが、運動量交換は phonon 振幅の4次の order から生ずるので、粘性係数は温度  $T$  の2乗に比例すると予想される。次元解析によって、無次元の比例係数を残して、粘性係数の parameter 依存性は評価することができた。

最後に、拡散係数への粘性の寄与を考えてみた。粘性によって、本来の Brown 運動が生ずると考えて、Einstein の関係を仮定すれば、 $T^{-1}$  の温度依存性を持つ拡散係数が得られる。一方 Wada-Schrieffer は  $T^2$  に比例する結果を与えた。soliton の拡散には、これら2つの機構が共存しているのではないかと思われる。つまり1つは soliton の有限の変位による random walk 的な拡散と、もう一つは粘性による Brown 粒子的なものである。拡散係数は、低温では低次の効果により  $T^2$  に比例するが、高温になるにつれて高次の効果である粘性により、 $T^2$  からずれて減少すると考えられる。

最近 trans-ポリアセチレンの NMR の実験から、中性 soliton の持つと思われるスピンの拡散が Nechtshein et al. によって調べられた。<sup>6)</sup> 拡散係数は間接的に求められているが、彼らは低温で  $T^2$  に比例すると結論している。ポリアセチレンは  $\phi^4$  系ではないが、実験データから  $\phi^4$  系の parameter を決めると、Wada-Schrieffer の拡散係数と実験結果はよく一致することが示された。<sup>6)</sup> 結果を見ると、 $T \geq 50$  K 付近から、 $T^2$  の値からずれて始めて減少を始めることがわかる。これを我々の考えた粘性によるものとして説明するためには、未定だった無次元の係数が約60でなければならないことになる。つまり、逆に、粘性による効果は order としては実験を説明できる範囲にあるといえる。

実験との比較は、未だ問題が多いが、soliton に対する粘性、及び Brown 運動は興味深い問題である。Soliton の dynamics に関して、有限の変位と運動量交換という2つの機構がどのように効いてくるかが今後の課題である。

## 参 考 文 献

- 1) J. A. Krumhansl and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. B11, 3535 (1975)
- 2) T. R. Koehler, A. R. Bishop, J. A. Krumhansl and J. R. Schrieffer, Solid State Commun. 17,

1515 (1975)

- 3) T. Schneider and E. Stoll, Phys. Rev. **B23**, 4631 (1981)
- 4) Y. Wada and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. **B18**, 3897 (1978)
- 5) H. Ishiuchi and Y. Wada, Prog. Theor. Phys. Suppl. **69**, 242 (1980)
- 6) M. Nechtschein, F. Devreux, F. Genoud, M. Guglielmi and K. Holczer, Phys. Rev. **B27**, 61 (1983)

## 液 晶 に お け る 非 線 形 励 起 — カ ル マ ン の 渦 列 構 造 —

名大・工 山 下 護

1. 液体は自由表面をもちどんな形の容器にもうまく納まるのに対して、液晶は配向の秩序が存在するため、境界面で不整合を起すことがあり、特に薄い試料では境界の影響は大きい。カイラルスメクティックC相(SmC\*)では分子の重心には一次元的秩序が存在し(層構造)、分子の長軸は層の法線に対して傾いており、層の法線方向に進むに従って回転し螺旋構造をなす。<sup>1)</sup> SmC\*の薄い試料では、境界では分子の長軸は表面に平行になり、このため螺旋構造のピッチ $p$ が長くなったり、<sup>2)</sup> 又全く螺旋をなさず長軸は特定の方向を向いてスメクティックC相(SmC)になってしまったりする。<sup>3, 4)</sup> この問題の取扱いにおいて、上述の境界条件の下で自由エネルギーを最小化する解を得ることは仲々困難である。一方、トポロジカルな考察により渦列構造になっていることがわかる。<sup>5)</sup> この事実に基づき渦列モデルを導入するとピッチの変化やSmC\*—SmC転移を説明することができる。<sup>6)</sup> 又類似の取扱いによってネマティック相の電場による不安定化(歪電不安定)をも論ずることができる。<sup>7)</sup>

2. 分子長軸方向の $z$ 軸からの傾きを $\theta$ 、方向角を $\varphi$ 、SmC\*における $\theta$ の平衡値を $\theta_0$ 、 $\eta = \theta / \theta_0$ とし、 $\Theta = \eta e^{i\varphi}$ を用いると、スメクティック相の自由エネルギー密度 $F$ は次のように表わされる。

$$F = \frac{1}{2}(-1 + q_0^2) |\Theta|^2 + \frac{1}{4} |\Theta|^4 + \frac{1}{2} |\nabla \Theta|^2 + i q_0 \Theta^* \frac{\partial \Theta}{\partial z}, \quad (1)$$